

А.А. Ташев, А.М. Курманкулова

Алматинский гуманитарно-технический университет

ЗАДАЧА ОПТИМИЗАЦИИ ПЕРЕВОЗОК АВТОМОБИЛЬНЫМ ТРАНСПОРТОМ

Аннотация. В статье приведен подход по использованию методов оптимизации для перевозок грузов автомобильным транспортом. Предложенная методика позволяет свести проблему распределения автомобильного транспорта к транспортной задаче.

Ключевые слова: маршрут движения, грузоподъемность автомобилей, количество грузов, транспортное средство.

Введение

На практике часто возникают задачи, связанные с перевозками грузов из одного пункта отправления (склад, железнодорожные станции) в различные пункты назначения с различными типами грузового транспорта. Так как, расходы перевозок зависит от того, каким типом транспорта будем перевозить груз в тот или иной пункт назначения, то возникает задача об оптимальном распределении грузовиков по пунктам назначения.

Цели и задачи исследований

Целью исследования является в определении наиболее экономичного распределения грузовиков по маршрутам по критерию стоимости. Математическую постановку задачи в сформулируем при следующих предположениях:

- имеется один пункт отправления;
- перевозятся однотипные грузы;
- пункты назначения расположены по определенному маршруту.

Материалы и методы исследований

В работе использовались методы линейного программирования, в частности, метод решения транспортной задачи методом потенциалов.

Введем следующие обозначения:

k – количество типов грузовиков;

n – число пунктов назначения;

P_j - грузоподъемность грузовиков j -го типа ($j = \overline{1, k}$)

m_j - число грузовиков j -го типа;

C_{ij} - стоимость перевозки единицы груза в i -го пункт назначения j -ым видом автотранспорта;

b_j - количество грузов, которое необходимо перевезти в j -го пункт назначения;

x_{ij} - количество грузов перевозимое в i -го пункт назначения j -ым видом транспорта, которого нужно определить;

При этих предположениях задача о распределении грузовиков по пунктам назначения формулируется следующим образом [1]:

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^k C_{ij} x_{ij} \rightarrow \min \quad (1)$$

при ограничениях:

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = m_j P_j, j = \overline{1, k}, \quad \sum_{j=1}^k x_{ij} = b_i, i = \overline{1, n} \quad (2)$$

Ограничение (1) - представляет собой общие затраты на перевозку, уравнение (2)-ограничения на грузоподъемности грузовиков и на потребности груза i – го потребителя. Минимизация (1) при ограничении (2) представляет собой транспортную задачу и решается известными методами, например, с применением метода потенциалов.

Пример. Пусть число пунктов назначен $n=4$, число типов автомобилей $k=3$, грузоподъемность автомобилей первого типа $P_1 = 5$ т, второго $P_2 = 10$ т, третьего $P_3 = 20$ т.

Количество автомобилей перевозок типа $m_1 = 3$, второго $m_2 = 2$, третьего $m_3 = 1$.

Стоимость перевозок задана таблицей 1.

Таблица - 1

Типы автомобилей	Пункты назначения				$m_r P_r$
	1	2	3	4	
1	2	3	1 15	4	15
2	5 +	6 12	2	7 7 -	20
3	3 - 8	6	5	3 12 +	20
b_i	8	12	16	19	55

В таблице - 1 показано начальное распределение автомобилей по пунктам назначения методом наименьших затрат. Стоимость перевозок составляет :

$$F = 15 \times 1 + 12 \times 6 + 1 \times 2 + 7 \times 7 + 8 \times 3 + 12 \times 3 = 198$$

Далее, для решения этой задачи используем метод потенциалов [2]. Для этого вычисляют потенциалы производителей и потребителей (u_i, v_j), для чего составляем систему уравнений для заполненных клеток:

$$\begin{aligned} u_1 + v_3 &= 1, & u_2 + v_4 &= 7, & u_3 + v_1 &= 3, \\ u_2 + v_3 &= 2, & u_2 + v_2 &= 6, & u_3 + v_4 &= 3. \end{aligned}$$

Решение этой системы уравнений есть:

$$\begin{aligned} u_1 &= 0, \quad v_1 = 1, & u_2 &= 6, \quad v_2 = 0, \\ u_3 &= 2, \quad v_3 = 1, & v_4 &= 1. \end{aligned}$$

Для заполненных клеток получаем оценки по формуле:

$$\hat{c}_{ij} = c_{ij} - (u_i + v_j).$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \hat{c}_{11} &= c_{11} - (u_1 + v_1) = 1 & \hat{c}_{21} &= c_{21} - (u_2 + v_1) = -2 \\ \hat{c}_{12} &= c_{12} - (u_1 + v_2) = 3 & \hat{c}_{32} &= c_{14} - (u_3 + v_2) = 4 \\ \hat{c}_{14} &= c_{14} - (u_1 + v_4) = 3 & \hat{c}_{33} &= c_{33} - (u_3 + v_3) = 2 \end{aligned}$$

Находим клетку с минимальной оценкой (клетка (2,1)) и строим для нее цикл (таблица - 1). Минимальным элементом из минусовых клеток является 7. Поэтому это число прибавляем к плюсовым клеткам, и вычитаем из минусовых клеток [3]. Продолжая вышеописанный процесс, получим окончательную (оптимальную) таблицу 2.

Таблица - 2

Типы автомобилей	Пункты назначения				$m_r P_r$
	1	2	3	4	
1	2 7	3 8	1	4	15
2	5	6 4	2 16	7	20
3	3 1	6	5 5	3 19	20
b_i	8	12	16	19	55

При этом затраты составят:

$$F = 2 \times 7 + 3 \times 8 + 4 \times 6 + 3 \times 1 + 16 \times 2 + 5 \times 5 + 19 \times 3 = 179.$$

Результаты исследований

В данной работе рассматривается задача распределения грузовиков по пунктам назначения, которая сводится к транспортной задаче. При этом приведен наглядный пример нахождения решения задачи методом потенциалов.

Выводы

Данный подход может быть использован для оптимизации перевозок грузов автомобильным транспортом разных типов грузов, когда имеется один пункт отправления и несколько пунктов назначения по определенному маршруту.

Литература

1. Гольштейн Е. Г., Юдин Д. В., Задачи линейного программирования транспортного типа, -М., 1969 - 384 с.;
2. Иванов Ю.П., Лотов А.В. Математические модели в экономике. – М.; Наука, 1979г – 146с.;
3. Моисеев Н.Н., Иванов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. – М.; Наука, 1978г - 192с.;

А.А. Ташев, А.М. Құрманқұлова

АВТОМОБИЛЬДІ КӨЛІКПЕН ЖҮК ТАСЫМАЛДАУДАҒЫ ОҢТАЙЛАНДЫРУ ЕСЕБІ

Мақалада автомобильді көлікпен оңтайландыру әдісін қолдану жолы көрсетілген. Ұсынылған әдістеме көлік есебін автомобиль көлігімен бөлу мәселесін түйістіруге мүмкіндік береді.

A.A. Tazhev, A.M. Kurmankulova

THE TASK OF OPTIMIZATION PROBLEM OF ROAD TRANSPORT

In article presents an approach to the use of optimization techniques to transport goods by road. The proposed procedure allows us to reduce the problem of the distribution of road transport to the transportation problem.